

PERCENTAGENS

$$f_u = (1-d_1)(1-d_2)(1-d_3)\dots(1-d_k) \quad d_u = 1-f_u$$

$$Pv = Pc(1+x) \quad Pv = \frac{Pc}{1-y} \quad \left(x = \frac{L}{Pc}; y = \frac{L}{Pv}\right)$$

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

$$t_k = t_j + (k-j)r \quad S_{PA} = n \frac{t_1 + t_n}{2}$$

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

$$t_k = t_j r^{(k-j)} \quad S_{PG} = t_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

REGIME DE JURO SIMPLES

$$j = cni \quad S = c(1+ni)$$

Desconto comercial simples

$$D_{cs} = cni \quad c'_{cs} = c(1-ni) \quad d_{cs} = \frac{i}{1-ni}$$

Limite de aplicabilidade teórica: $i = \frac{1}{n}$ ou $n = \frac{1}{i}$

Desconto racional simples

$$D_{rs} = c'_{rs}ni \quad c'_{rs} = \frac{c}{1+ni} \quad d_{rs} = i$$

DESCONTO BANCÁRIO DE LETRAS

$$Df = \frac{Lni}{360} \quad Cc = L \cdot i_{cc}$$

$$IS = i_s(Df+Cc) \quad P \text{ (variáveis)}$$

$$A = Df+Cc+IS+P \quad PLD = L-A$$

$$PLD \cdot \left(1 + \frac{n}{360} i'_{cs}\right) = L$$

$$\left(L - Df - Cc - P\right) \left(1 + \frac{n}{360} i'_{bs}\right) = L$$

$$PLD \left(1 + i'_{cc}\right)^{n/360} = L$$

$$\left(L - Df - Cc - P\right) \left(1 + i'_{bc}\right)^{n/360} = L$$

REGIME DE JURO COMPOSTO

$$j_k = ci(1+i)^{(k-1)} \quad j_{total} = c[(1+i)^n - 1]$$

$$S = c(1+i)^n \quad S = ce^{n \cdot i_{nom}} \text{ (capit. contínua)}$$

Desconto comercial composto

$$D_{cc} = c - c'_{cc} \quad c'_{cc} = c(1-i)^n \quad d_{cc} = \frac{i}{1-i}$$

Desconto racional composto

$$D_{rc} = c - c'_{rc} \quad c'_{rc} = c(1+i)^{-n} \quad d_{rc} = i$$

CONVERSÃO DE TAXAS (ver legenda na coluna seguinte)

Relação de proporcionalidade: $i_{(k)} = k \cdot i_k$

Relação de equivalência: $(1+i) = (1+i_k)^k$

Exemplo com base em taxas anuais. O ajustamento para outras situações deve ser relativamente simples. Por exemplo, a relação de equivalência pode generalizar-se fazendo $(1+i_k)^n = (1+i_k)^k$.

(h, k: n.º de períodos de capitalização por ano)

Capitalização contínua: $i = e^{i(\infty)} - 1$

Taxa líquida: $i_{liq} = (1+i_{imp}) \cdot i_{liq}$

Taxa real: $i_z = \frac{1+i}{1+z} - 1$

LEGENDA

$i_{(k)}$: taxa anual nominal, composta k vezes por ano
 i_k : taxa periódica efectiva
 h, k: n.º de períodos de capitalização por ano
 i: taxa anual efectiva
 $i_{(e)}$: taxa anual nominal, composta continuamente
 i_{liq} : taxa líquida
 i_{liq} : taxa ilíquida
 t_{imp} : taxa de imposto
 i_z : taxa real
 z: taxa de inflação

RENDAS EM JURO COMPOSTO (*)

Temporárias, inteiras, imediatas, de n termos normais:

- De termos constantes:

$$A_n = t a_n | i \quad S_n = t s_n | i$$

$$a_n | i = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad s_n | i = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- Com termos variando em Progressão Aritmética:

$$(a) A_n = a_n | i \left(t + \frac{r}{i} + nr\right) - \frac{nr}{i}$$

$$(a) S_n = s_n | i \left(t + \frac{r}{i}\right) - \frac{nr}{i}$$

Limite de aplicabilidade: $n = \frac{t}{|r|}$ (*)

- Com termos variando em Progressão Geométrica:

$$(g) A_n = \frac{t}{(1+i)^n} \cdot \frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)}$$

$$(g) S_n = t \cdot \frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)}$$

- Caso particular em que $r = (1+i)$:

$$(g) A_n = n \frac{t}{1+i}$$

$$(g) S_n = n t (1+i)^{(n-1)}$$

Perpétuas, inteiras, imediatas, de termos normais:

- De termos constantes: $A_\infty = \frac{t}{i}$

- Com termos variando em Progressão Aritmética:

$$(a) A_\infty = \frac{t}{i} + \frac{r}{i^2}$$

Se $r < 0$, fica temporária, com $n = \frac{t}{|r|}$ (*)

- Com termos variando em Progressão Geométrica:

$$(g) A_\infty = t \cdot \frac{1}{1+i-r}$$

Nota: t = valor do termo constante ou do 1.º termo (no caso de rendas a variar em PA ou em PG); r = razão.

(*) Se resultar n não inteiro, o limite de aplicabilidade é dado pelo inteiro imediatamente superior.

Valor aproximado da taxa, i*, em $a_n | i$ e $s_n | i$

$$i^* = \frac{1 - \left(\frac{a_n | i}{n}\right)^2}{a_n | i} \quad i^* = \frac{\left(\frac{s_n | i}{n}\right)^2 - 1}{s_n | i}$$

AMORTIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS CLÁSSICOS

Sistema Francês ("Puro") (Prestações constantes)

$$D_0 = p \cdot a_n | i \quad D_0 (1+i)^n = p \cdot s_n | i$$

$$D_k = D_0 (1+i)^k - p \cdot s_k | i \quad D_k = p \cdot a_{n-k} | i$$

$$D_0 - D_k = D_0 \frac{(1+i)^k - 1}{(1+i)^n - 1} \quad D_0 = m_1 \cdot s_n | i$$

$$m_{k+1} = m_k (1+i) \quad m_k = p - j_k \quad m_k = m_1 (1+i)^{k-1}$$

$$m_k = m_j (1+i)^{k-j} \quad m_n = p (1+i)^{-1} \quad j_k = D_{k-1} i$$

Sist. Amortizações de Capital Constantes ("Puro")

$$m = \frac{D_0}{n} \quad j_k = D_{k-1} i \quad p_k = m + D_{k-1} i$$

$$p_k = p_{k-1} - mi \quad p_k = p_1 - (k-1) mi$$

$$p_k = p_j - (k-j) mi \quad D_k = D_j - (k-j) m$$

Sistema Americano ("Puro")

$$m = D_0 \frac{t}{(1+i)^n - 1} \quad \text{(Fundo de amortização)}$$

EMPRÉSTIMOS OBRIGACIONISTAS

$$i' = \frac{Vn}{Vr}$$

Taxa efectiva para o subscritor:

$$Ve = (Vn \cdot i) \cdot a_{k | i_{sub}} + Vr (1+i_{sub})^k$$

Taxa efectiva para a emitente: $Q \cdot Ve = De + p \cdot a_n | i_{emi}$
 (Prestações constantes)

$$Q \cdot Ve = De + (m+P) \cdot a_n | i_{emi} + \sum_{k=1}^n j_k (1+i_{emi})^k$$

(Amortizações constantes)

NOÇÕES BÁSICAS DE AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTOS

Investimentos em Activos Reais

$$PRC: x, \text{ tal que } \sum_{t=1}^x CF_t (1+i)^{-t} = \sum_{t=0}^{n-1} I_t (1+i)^{-t}$$

$$VAL = \sum_{t=1}^n CF_t (1+i)^{-t} + \sum_{t=0}^{n-1} I_t (1+i)^{-t} + Vr (1+i)^{-n}$$

TIR: taxa à qual VAL = 0

$$IR = \frac{VAL}{\text{Investimento actualizado}}$$

Investimentos em Activos Financeiros

$$\text{Avaliação de acções: } P_0 = \frac{d_1}{i_r - g}$$

Avaliação de obrigações:

$$P_0 \text{ (ou C)} = \sum_{t=1}^n J_t (1+i_r)^{-t} + Vr (1+i_r)^{-n}$$